

# 単位球面上の新しい曲線による 力学的に優れた姿勢制御法

静岡大学 創造科学技術大学院 情報科学専攻  
教授 三浦 憲二郎

2022年11月24日

# 従来技術とその問題点

マイクロ・ナノテクノロジーの発展により、ものづくりがより複雑化、より高度化しており、加工機や3Dプリンタの高精度化、高効率化が強く望まれている。

しかしながら、現状では制御対象の位置とともに姿勢を記述し、制御するための洗練された定式化が欠如しており、高度なソフトウェアの開発の妨げになっている。

本技術では、そのような定式化として単位球面上の $\kappa$ -曲線：球面 $\kappa$ -曲線を新たに定義し、姿勢制御に球面 $\kappa$ -曲線を用いることで高精度化、高速化を図る。

## 新技術の特徴・従来技術との比較

- オイラー角では特異点が存在する。
- 四元数による姿勢制御では最適な姿勢制御ができない。
- 本技術の適用により、5軸加工機のカッターや3Dプリンタのノズルの姿勢制御の最適化がしやすい。
- 力学的に問題となる点が的確に指定できる。

## SO(3)とS<sup>2</sup>

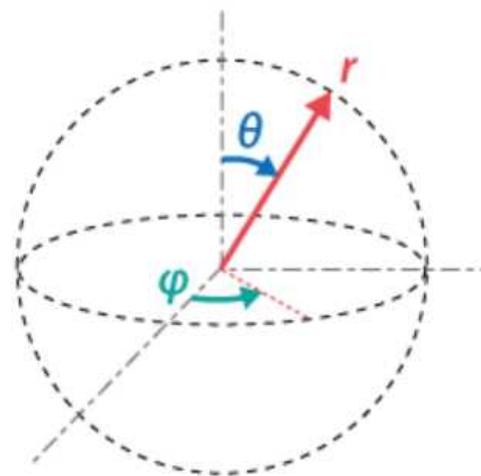
O(3): 3次元直交群

SO(3): 3次元特殊直交群, 行列式=1

実装: オイラー角, 単位4元数

S<sup>2</sup>: 3次元単位球, Gauss球

実装: 球面Bézier曲線,



極座標,  $r = 1$

# ロボットの6自由度

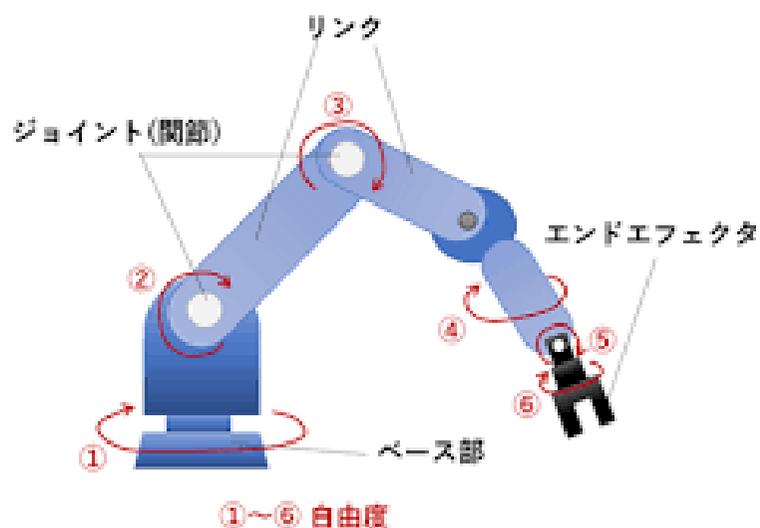
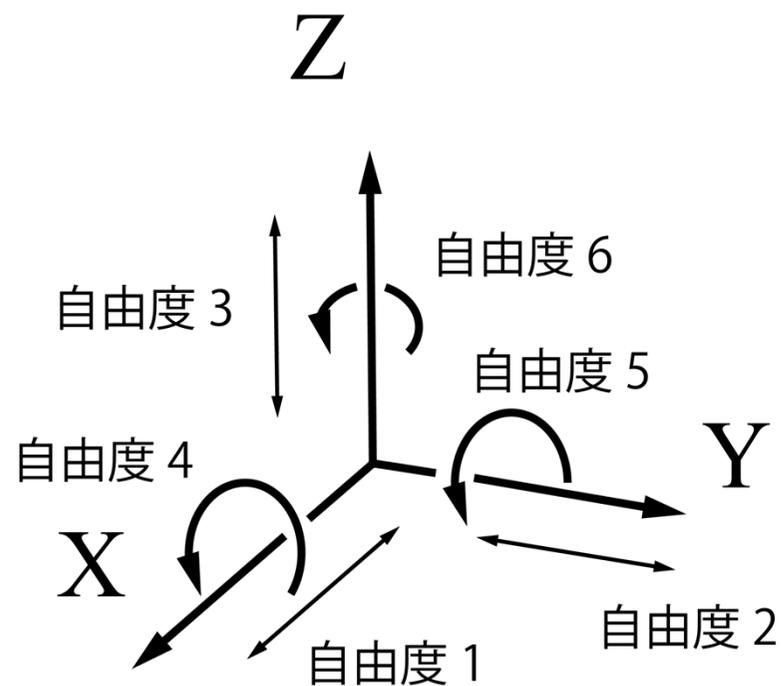
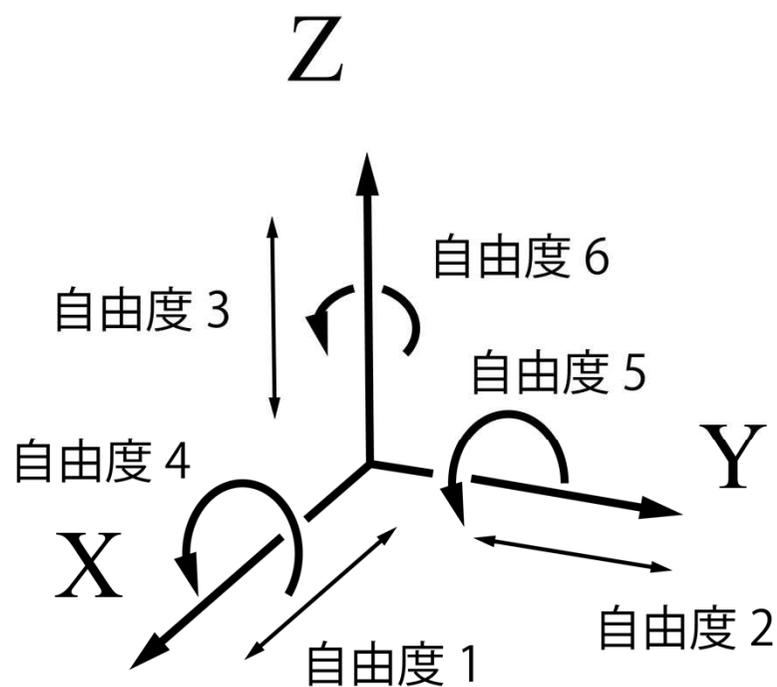


図2 6自由度垂直多関節型ロボット

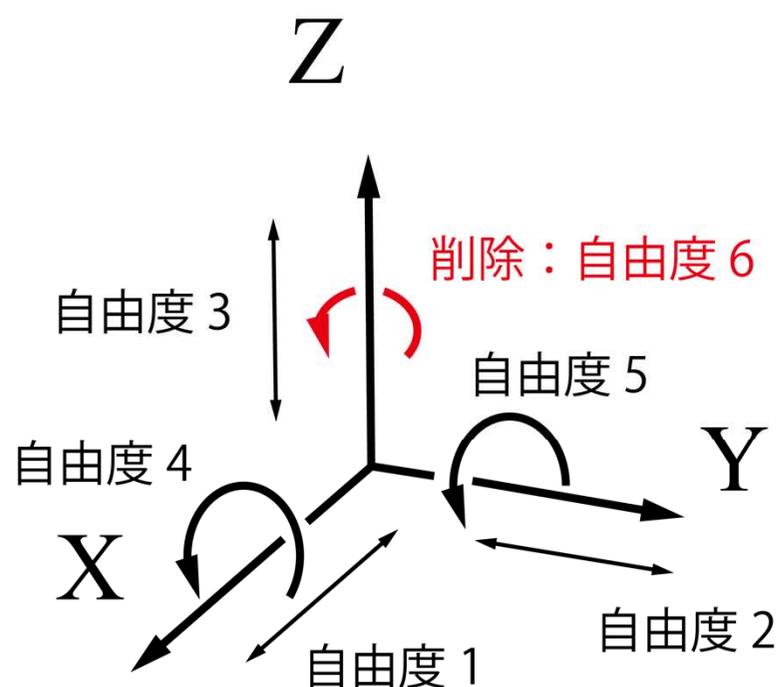


## 6 自由度

# 姿勢制御のための5自由度



6 自由度



5 自由度

## SO(3)とS<sup>2</sup>

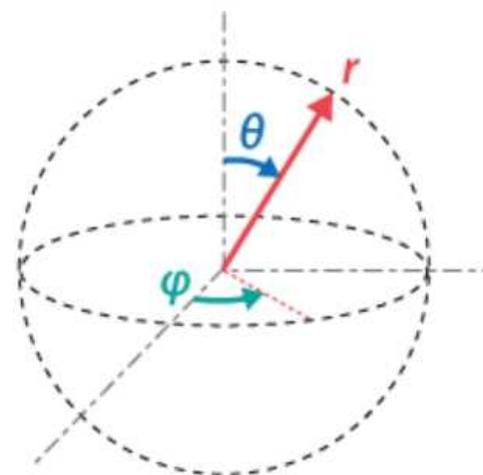
O(3): 3次元直交群

SO(3): 3次元特殊直交群, 行列式=1

実装: オイラー角, 単位4元数

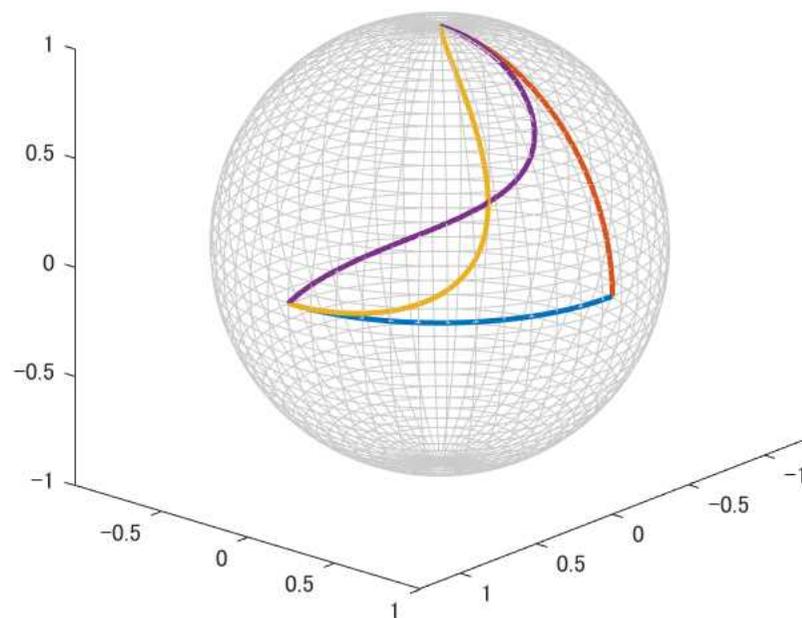
S<sup>2</sup>: 3次元単位球, Gauss球

実装: 球面Bézier曲線,



極座標,  $r = 1$

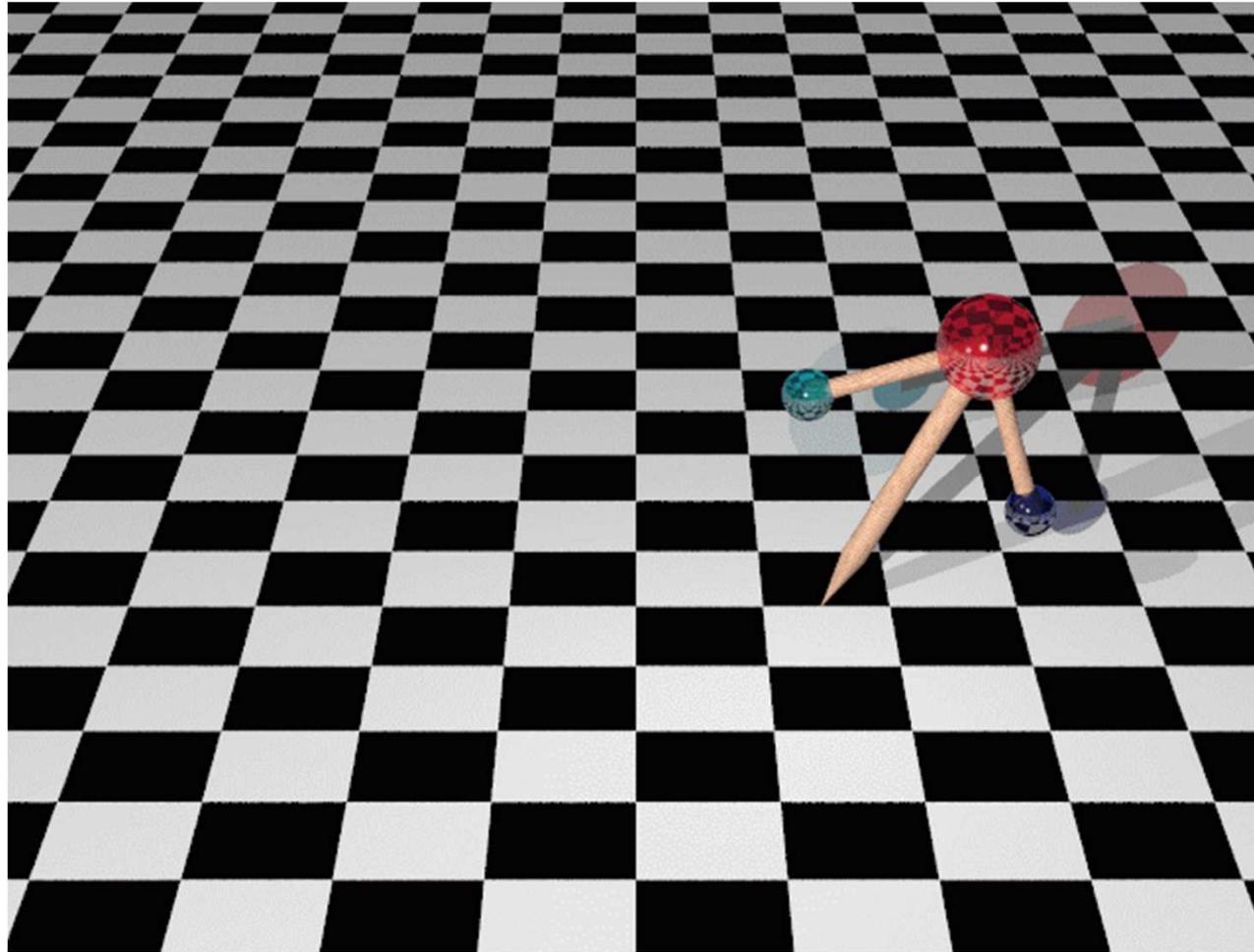
## 単位球面上の曲線



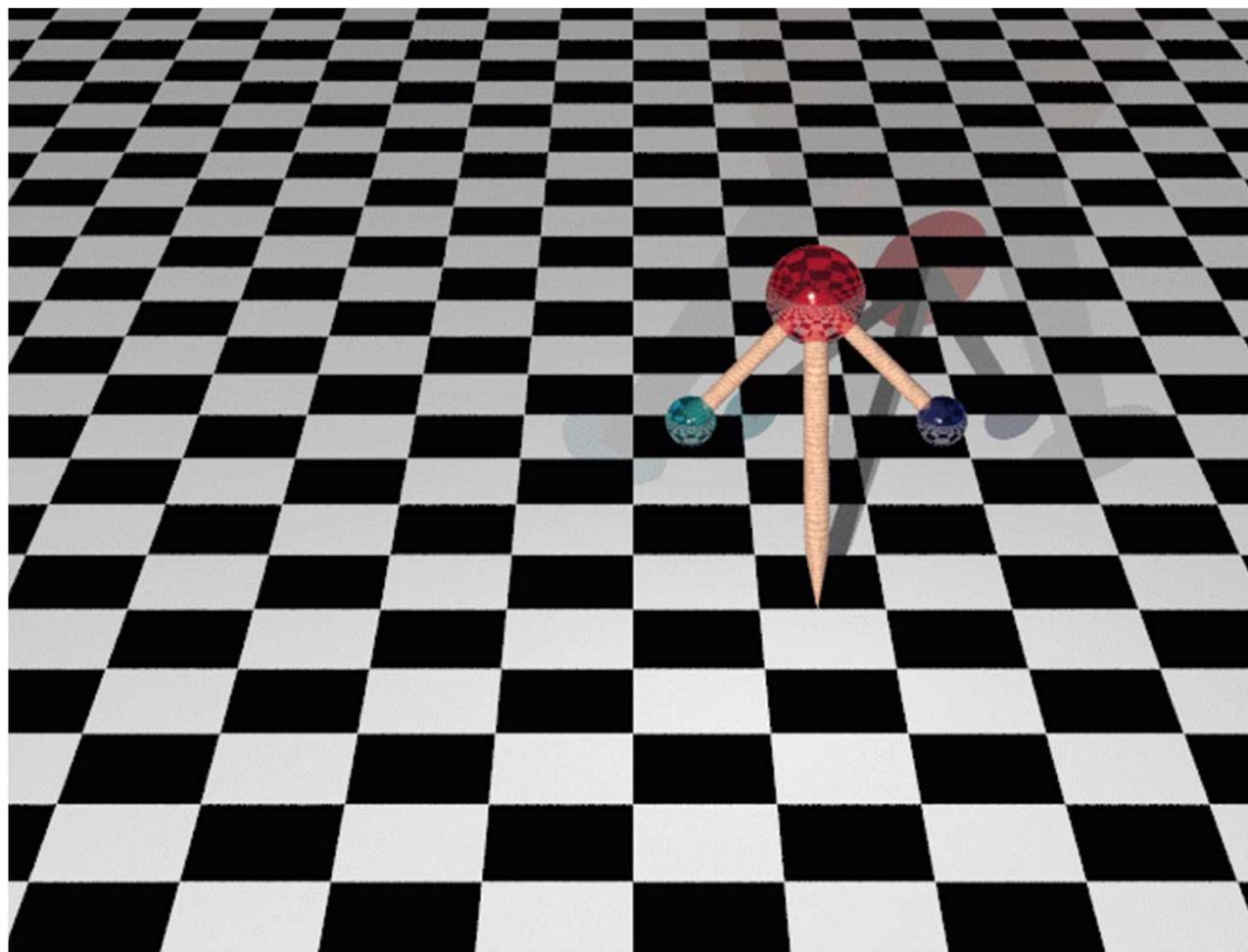
[1] Kenjiro T. Miura, “Unit quaternion integral curve: A new type of fair free-form curves,” *Computer Aided Geometric Design*, 17 (2000) 39–58.

# アニメーション 1

---



## アニメーション 2

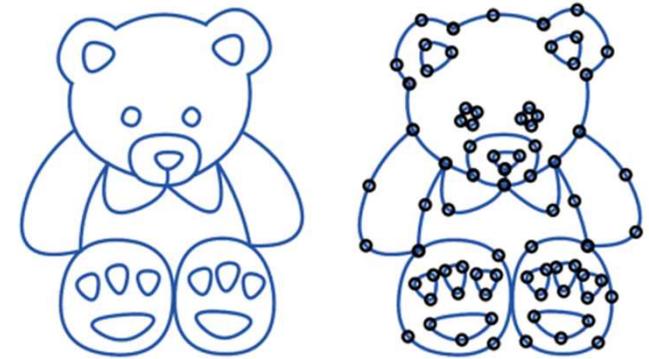


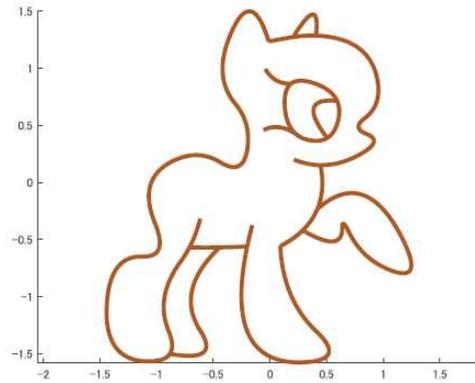
## K-CURVES

Adobe Illustrator<sup>®</sup>に曲率ツールとして実装されている  $\kappa$ -曲線[Yan2017]は2次Bézier曲線列として構成されており，以下の特徴を持つ．

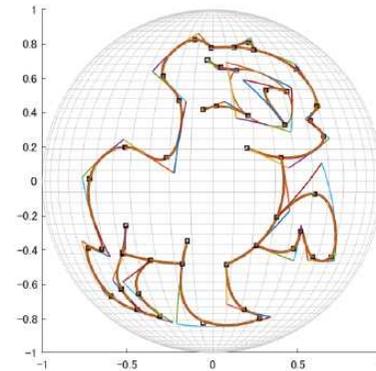
1. 全ての入力点(制御点)を通る．
2. 全ての曲率極大点が入力点に一致する．
3. 変曲点(inflection point)以外では，曲率連続性( $G^2$ 連続性)が保証される．

入力した点が曲率の極値を持つ曲線は，使いやすいつの評価を得ている．

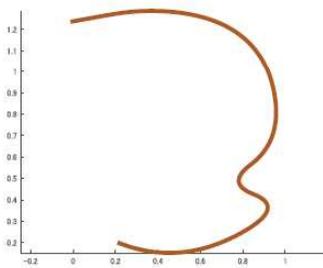




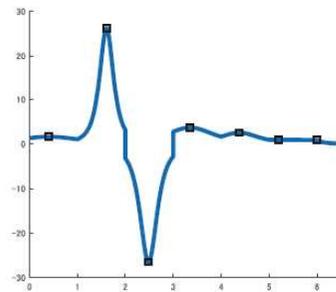
2D Bambi



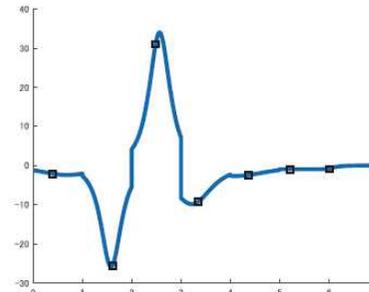
Bambi projected on the unit sphere



Face curve of  
2D Bambi



Curvature of face curve  
with local curvature  
extrema marks



Geodesic curvature of face curve  
of projected Bambi with local  
curvature extrema marks of 2D face

図 2: Curvature comparison between 2D curves and those projected on the unit sphere.

## 球面Bézier曲線: B-type

---

単位球上で与えられた2点  $P_0$  と  $P_1$  を結ぶ大円弧を生成することを考える. 2点が互いに極 (pole) でなければ, 2本の大円弧を生成できるが, より短い大円弧を生成する. この大円弧  $G_a(t)$  は以下の式で表現される.

$$G_a(t; P_0, P_1) = \frac{(1-t)^2 P_0 + 2(1-t)twP_{01} + t^2 P_1}{(1-t)^2 + 2(1-t)tw + t^2} \quad (1)$$

## 球面Bézier曲線: T-type

Fleisig and Spence [4] は, spherical Bézier spline を以下のように定式化している. 単位球上の2点  $\mathbf{q}_1$  と  $\mathbf{q}_2$  により定まる大円を表す曲線  $S(\nu)$  は,

$$S(\nu) = \frac{\mathbf{q}_1 \sin(\theta(1 - \nu)) + \mathbf{q}_2 \sin(\theta\nu)}{\sin \theta} \quad (9)$$

ここで,  $\theta = \arccos(\mathbf{q}_1 \cdot \mathbf{q}_2)$ ,  $|\mathbf{q}_1| = |\mathbf{q}_2| = 1$  である.

- [4] R.V. Fleisig, A.D. Spence, A constant feed and reduced angular acceleration interpolation algorithm for multi-axis machining, Comput. Aided Des. 33 (1) (2001) 1–15.

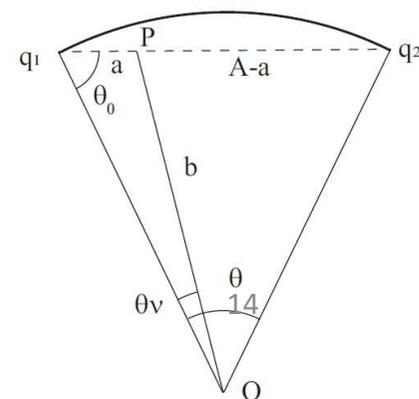
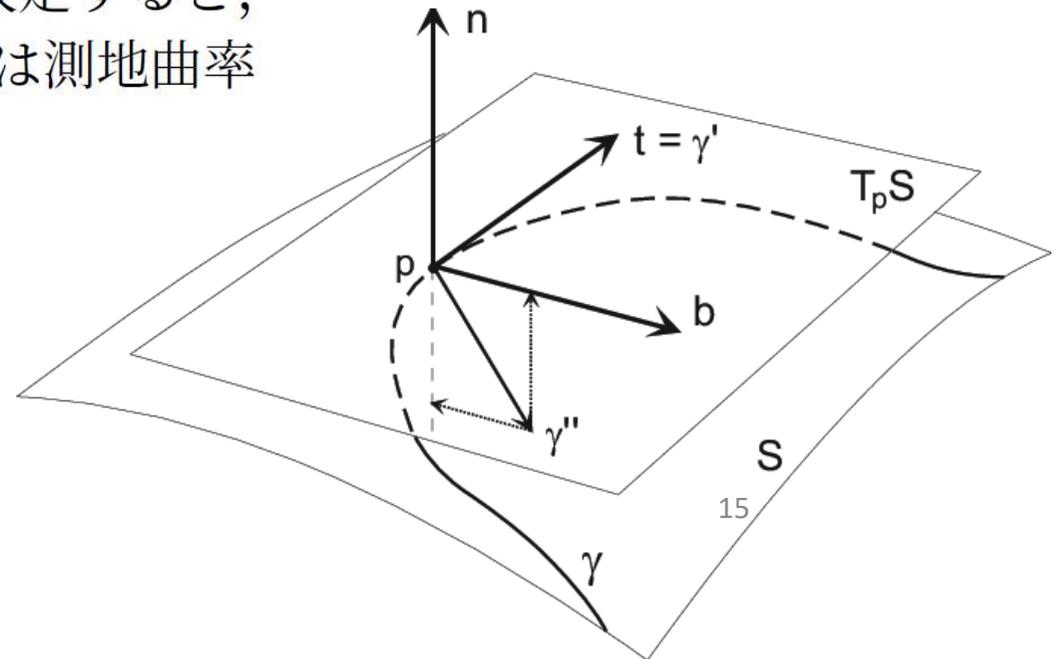


図 1. Linear spherical Bézier curve

# 球面2次Bézier曲線の接続 #1

曲線の端点における簡単な曲率式を導くため、以下の制御点に対する2次球面 Bézier 曲線の端点 ( $t = 0$ ) における曲率を算出する。2次球面 Bézier 曲線が厳密に単位球面上に乗っており、その法線曲率 (normal curvature) は単位球面の向きを外向き法線と一致すると仮定すると、常に1である。したがって、以下では測地曲率 (geodesic curvature) を算出する。



## 球面2次Bézier曲線の接続 #2

一般性を失うことなく，制御点を

$$P_0 = (1, 0, 0)$$

$$P_1 = (\cos \phi_0, \sin \phi_0, 0)$$

$$P_2 = (\cos(\phi_0 + \phi_1) \sin \theta_1, \sin(\phi_0 + \phi_1) \sin \theta_1, \cos \theta_1)$$

と配置する．このとき，

$$C(0) = P_0 = (1, 0, 0)$$

$$\frac{dC(0)}{d\nu} = (0, 2\phi_0, 0)$$

$C(\nu)$  の 2 次微分の  $z$  成分  $(d^2C(0)/d\nu^2)_z$  は

$$\left(\frac{d^2C(0)}{d\nu^2}\right)_z = \frac{2\phi_0 \cos \theta_1 \arccos(\cos \phi_1 \sin \theta_1)}{\sin \phi_0 \sqrt{1 - \cos^2 \phi_1 \sin^2 \theta_1}}$$

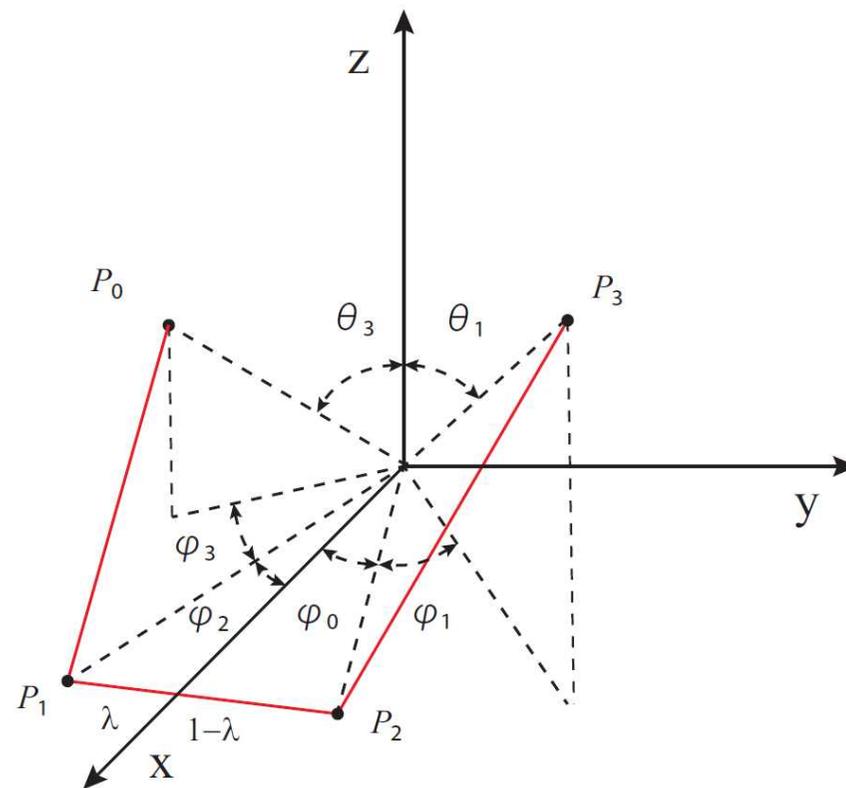


図 2.  $G^2$ -connection of two quadratic SBCs

## 球面2次Bézier曲線の接続 #3

点  $P_0$  における法線ベクトルは  $(1, 0, 0)$  であり、測地曲率  $\kappa_g$  は曲率ベクトル  $\kappa$  の  $z$  成分として与えられる。  $\kappa$  は、

$$\kappa = \frac{\left(\frac{d\mathbf{C}(0)}{dt} \times \frac{d^2\mathbf{C}(0)}{dt^2}\right) \times \frac{d\mathbf{C}(0)}{dt}}{\left\|\frac{d\mathbf{C}}{dt}\right\|^4}$$

であり、 $\kappa_g$  の計算には  $d^2\mathbf{C}(0)/dv^2$  の  $z$  成分だけを考慮すればよい。したがって、

$$\kappa_g = \frac{\cos \theta_1 \arccos(\cos \phi_1 \sin \theta_1)}{\phi_0 \sin \phi_0 \sqrt{-2 \cos(2\phi_0) \sin^2 \theta_1 + \cos(2\theta_1) + 3}}$$

が得られる。したがって、図2に示したセグメントの接続点での測地曲率を連続とするためには、以下の式を満足する  $\lambda$  を求めればよい。

$$\frac{\cos \theta_1 \arccos(\cos \phi_1 \sin \theta_1)}{\lambda(\phi_0 + \phi_2) \sin(\lambda(\phi_0 + \phi_2)) \sqrt{-2 \cos(2\phi_1) \sin^2 \theta_1 + \cos(2\theta_1) + 3}} = \frac{\cos \theta_3 \arccos(\cos \phi_3 \sin \theta_3)}{(1 - \lambda)(\phi_0 + \phi_2) \sin((1 - \lambda)(\phi_0 + \phi_2)) \sqrt{-2 \cos(2\phi_3) \sin^2 \theta_3 + \cos(2\theta_3) + 3}}$$

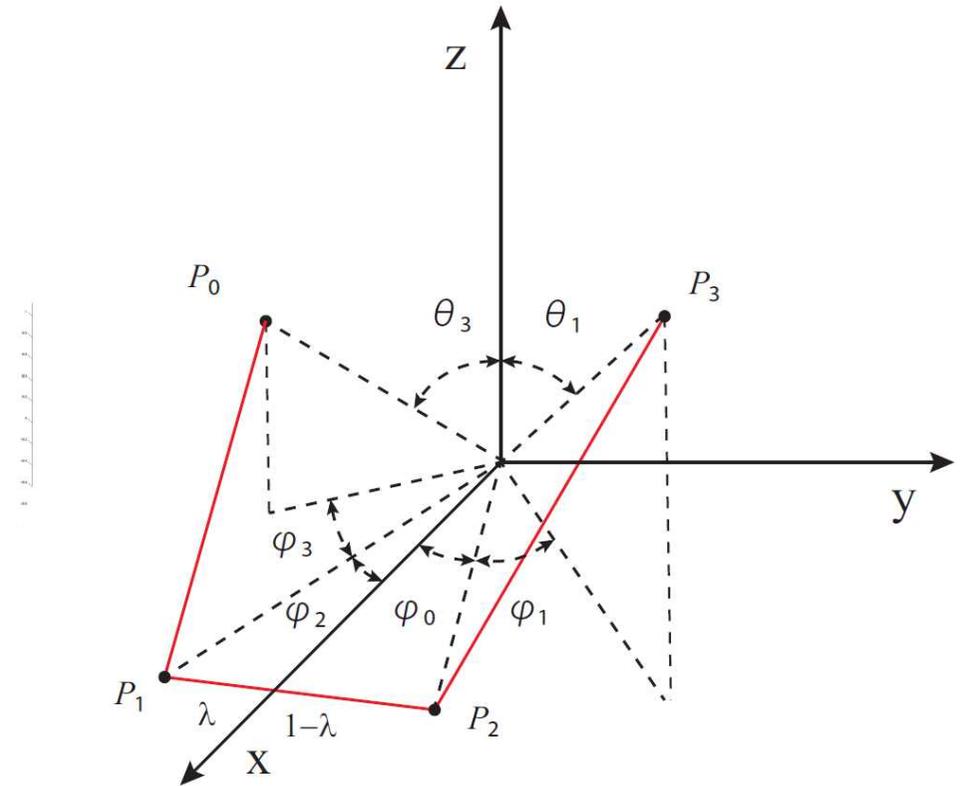
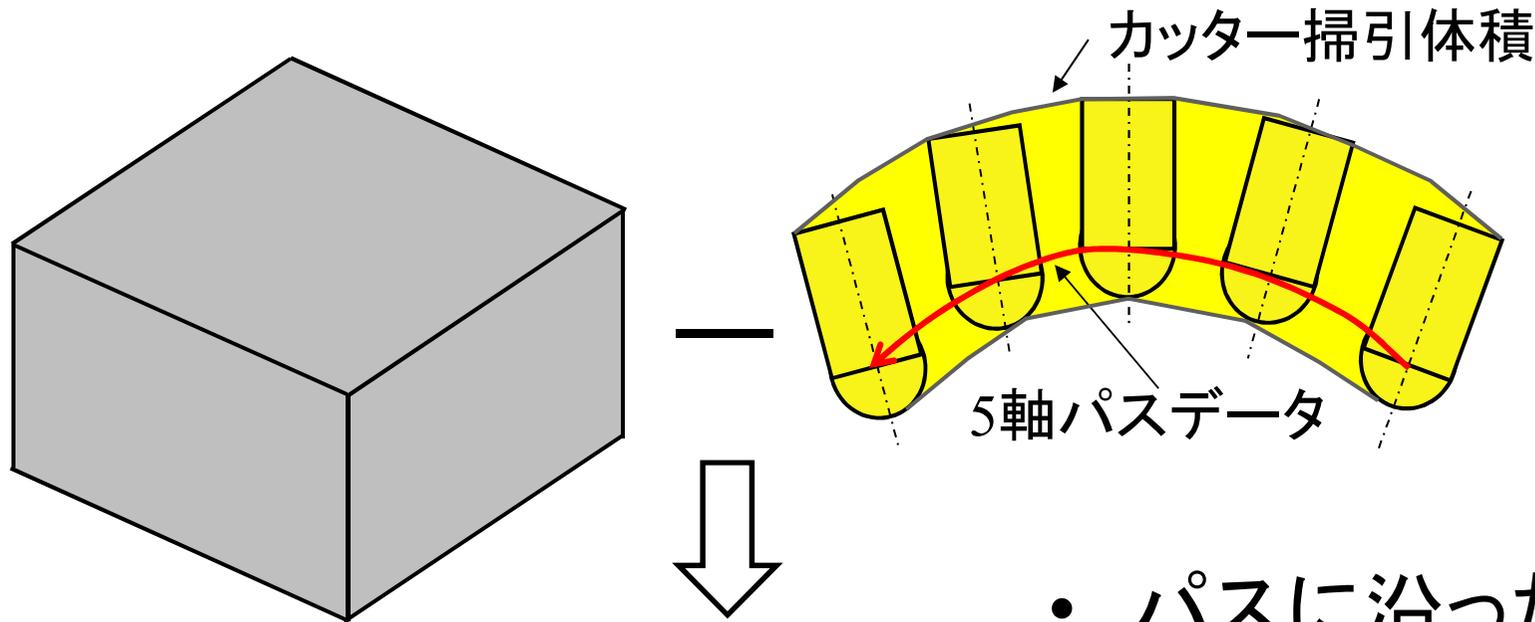


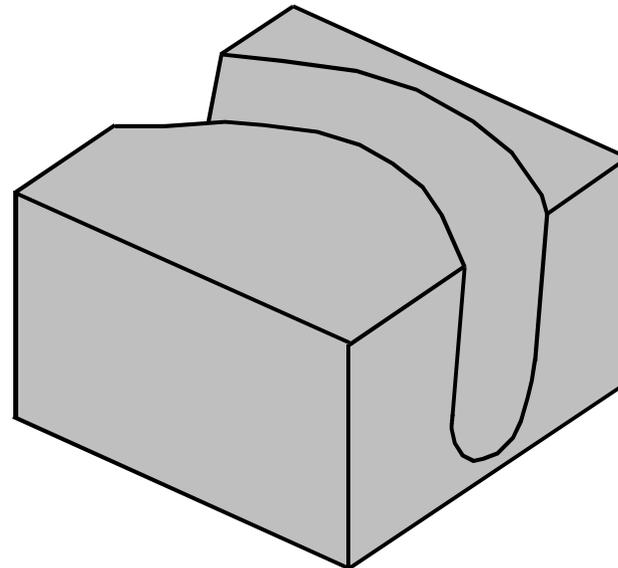
図2.  $G^2$ -connection of two quadratic SBCs

# 加工シミュレーション (茨城大学乾正知先生)



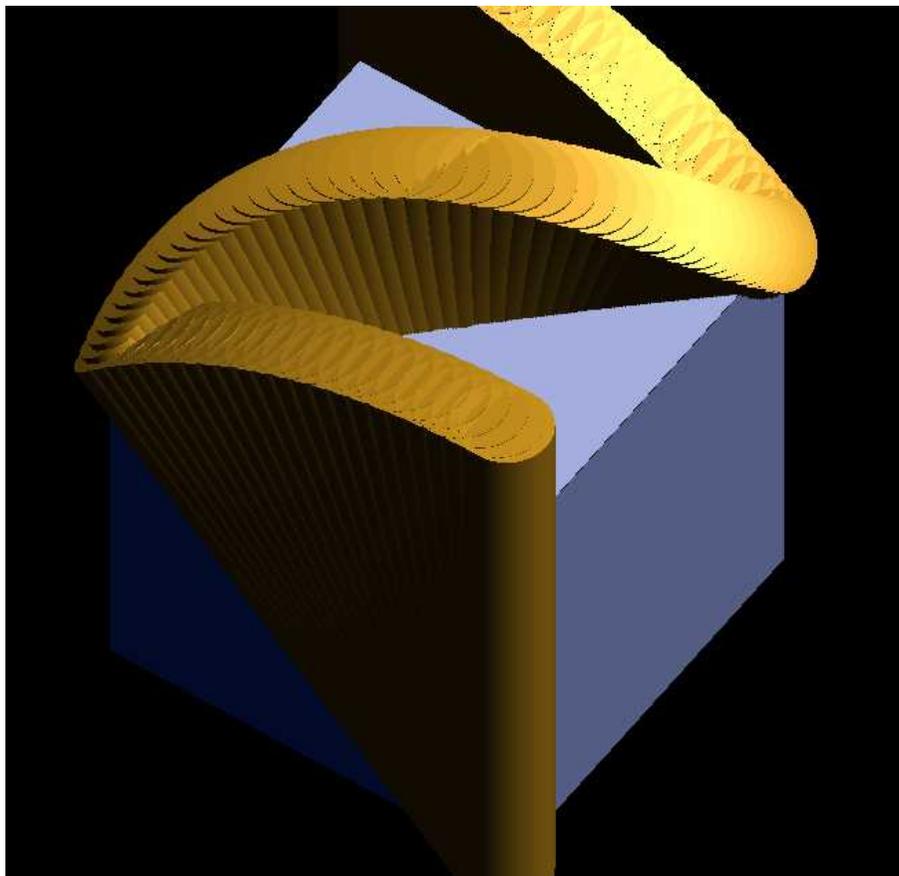
ワークピース

- パスに沿った微小な動き;
  - カッターの掃引体積の計算.
  - ワークピースからの削除.

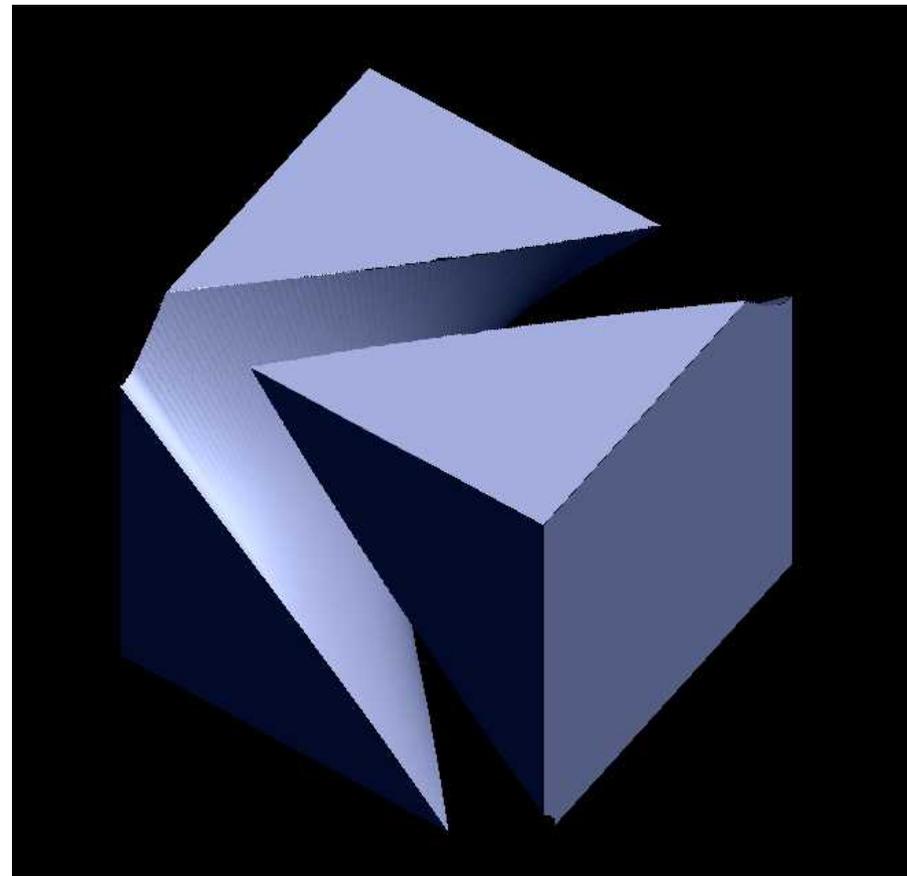


切削結果

# 例 1

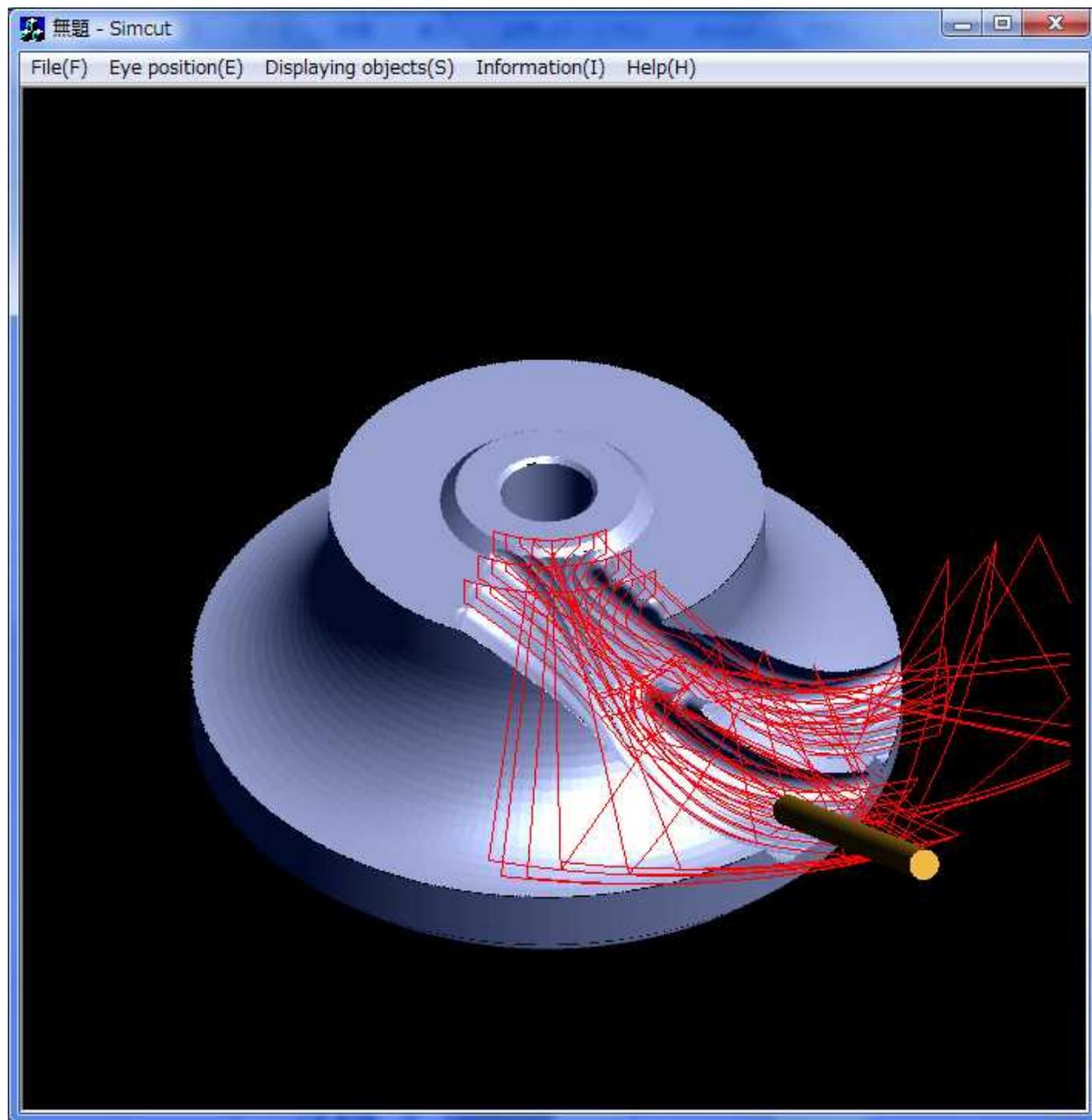


複雑な動き



削除結果

# 例 2



# 想定される用途

- 5軸加工機
- 3Dプリンタ
- ロボットの姿勢制御

## 実用化に向けた課題

- カッターパスシミュレータへの実装が未完である。
- 今後、カッターパスの最適化を実装する。
- 実用化に向けて、実際の加工を行い、脳は不  
を蓄積する必要がある。

## 企業への期待

- 加工やAdditive Manufacturingの技術を持つ、企業との共同研究を希望。
- また、5軸加工機を開発中の企業、AM分野への展開を考えている企業には、本技術の導入が有効と思われる。

# 本技術に関する知的財産権

- 発明の名称 : 制御装置、制御方法、  
及び制御プログラム
- 出願番号 : 特願2022-113418
- 出願人 : 静岡大学
- 発明者 : 三浦 憲二郎

# 産学連携の経歴

- 2010年- マッスル株式会社と共同研究実施
- 2017年- 大学発ベンチャー  
株式会社三浦CAD・CAM研究所設立
- 2021年-2022年 JST A-STEP事業に採択

# お問い合わせ先

**静岡大学**

**イノベーション社会連携推進機構**

**TEL 053-478 - 1701**

**FAX 053-478 - 1711**

**E-mail [sangakucd@adb.shizuoka.ac.jp](mailto:sangakucd@adb.shizuoka.ac.jp)**