

0次元再構成

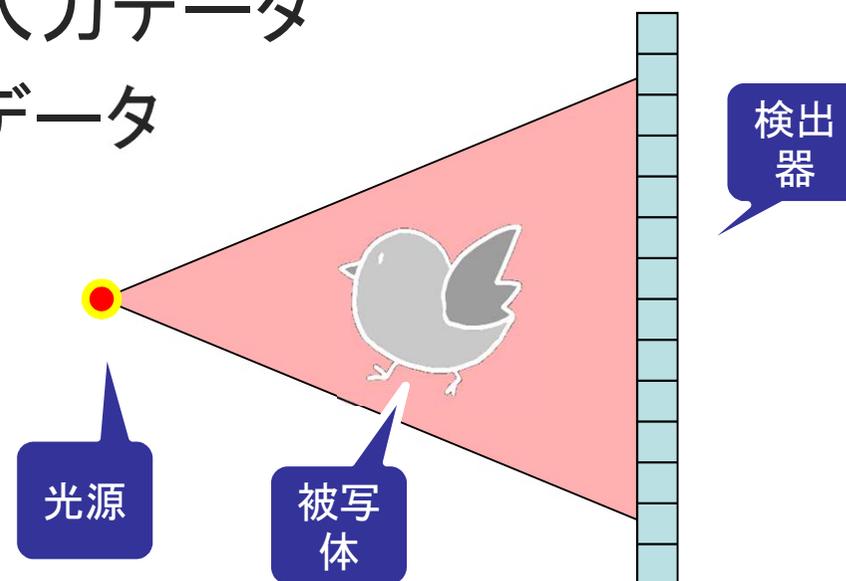
～CTデータの再構成を任意曲面で高速演算可能に～



京都工芸繊維大学 材料化学系

准教授 西川 幸宏

- X線CTは被写体のいろいろな方向からのX線透視像を得て、計算によって被写体の三次元像を算出する。
 - 複数の透視像: 大量の入力データ
 - 三次元像: 大量の出力データ
 - 大規模な計算(工夫)
 - 複雑な座標計算(後述)



Filtered Back-projection (FBP) 2次元版

$$f(x, y) = \frac{1}{2\pi} \int_0^\pi \left[\int_{-\infty}^\infty \left\{ \int_{-\infty}^\infty p(r, \theta) e^{irR} dr \right\} |R| e^{i(x \cos \theta + y \sin \theta)R} dR \right] d\theta$$

断面像

3重の積分+(x,y)で5重のループ。3次元だとさらに増加。

rに関する積分とRに関する積分がフーリエ(逆)変換になっているので、予め計算して $Q(r, \theta)$ として、

$$f(x, y) = \frac{1}{2\pi} \int_0^\pi Q(x \cos \theta + y \sin \theta, \theta) d\theta$$

座標変換

$f(x, y) = \frac{1}{2\pi} \int_0^{\pi} Q(x \cos \theta + y \sin \theta, \theta) d\theta$ はもっとも簡単な場合の式

ループ(計算)順序を入れ替えて、先に(x,y)のループを処理すると、 $Q(r, \theta)$ (フィルタ済み投影像)の逆投影演算になる。⇒Filtered Back-projectionの由来

(利点)ループの入れ替えにより直前の計算結果を流用できる

(欠点)容易に計算できる断面は回転軸に垂直な「再構成断面」に限られる。

フィルタ済み投影像

$$\bullet f(x, y) = \frac{1}{2\pi} \int_0^{\pi} Q(x \cos \theta + y \sin \theta, \theta) d\theta$$

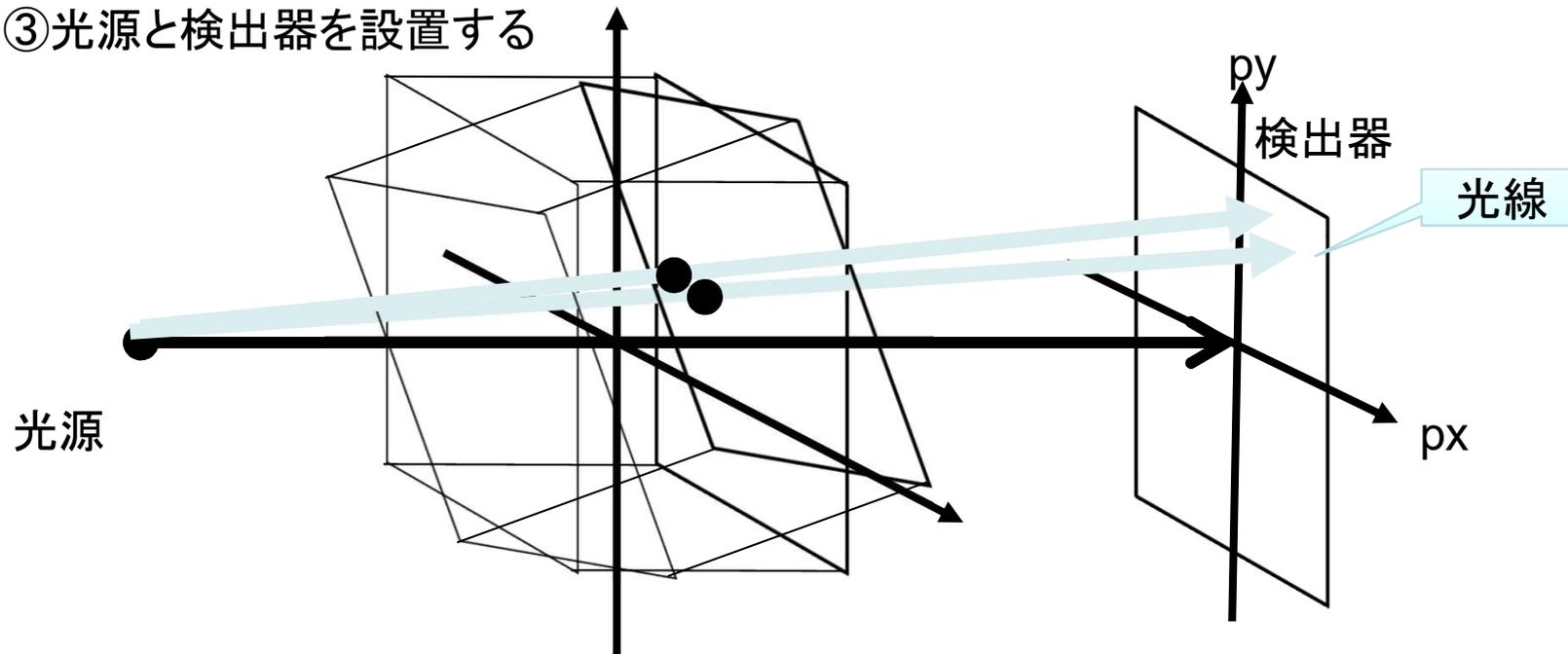
座標変換

- 計算結果の流用をあきらめる
 - GPUでの計算を前提とする
 - GPUでは結果の流用は大きなメリットにならない
- 3次元での座標変換は複雑になるが、 4×4 行列を用いて一般化し、計算複雑さを抑制
 - 座標変換が複雑になっても計算は複雑化しない

- $f(\vec{x}) = \frac{1}{2\pi} \int_0^\pi Q(\vec{r}(\vec{x}), \theta) d\theta$ は θ に関する単純な積分
 - 困難さはすべて座標変換 $\vec{r}(\vec{x})$ にあるが、新技術はこの困難さを根本的に解決する
 - \vec{x} は「任意」となり、再構成断面等の制約を受けない(0次元再構成)
- 効果① 任意の断面が直接得られる。
- 効果② 再構成は「平面」に限らない

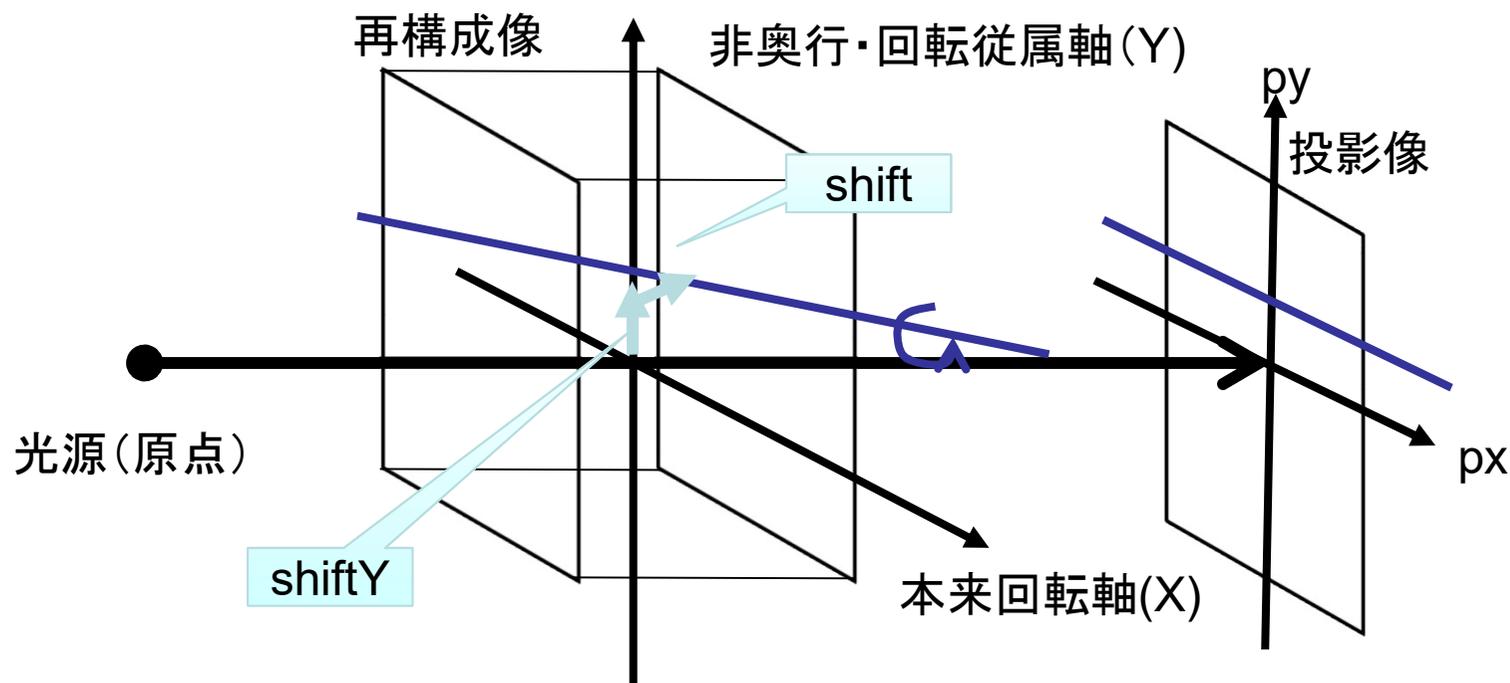
座標変換の複雑さ (Simplest case)

- ①座標系を定める
- ②被写体を原点に設置する
- ③光源と検出器を設置する



- ④光線が被写体を貫いて検出器に到達
- ⑤被写体を回転させて撮像を繰り返す

座標変換の複雑さの解消



被写体の回転軸はずれているかもしれない。

回転軸がX軸に一致していればまだまし
回転軸はY方向にshiftYずれ、Z方向にshiftだけずれ、
X軸と角度 ϕ をなす。

4 × 4行列を用いて回転と並進を一般化

$$\text{回転操作} \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} \quad \begin{aligned} a_{11}x + a_{12}y + a_{13}z + 0 &= x' \\ a_{21}x + a_{22}y + a_{23}z + 0 &= y' \\ a_{31}x + a_{32}y + a_{33}z + 0 &= z' \end{aligned}$$

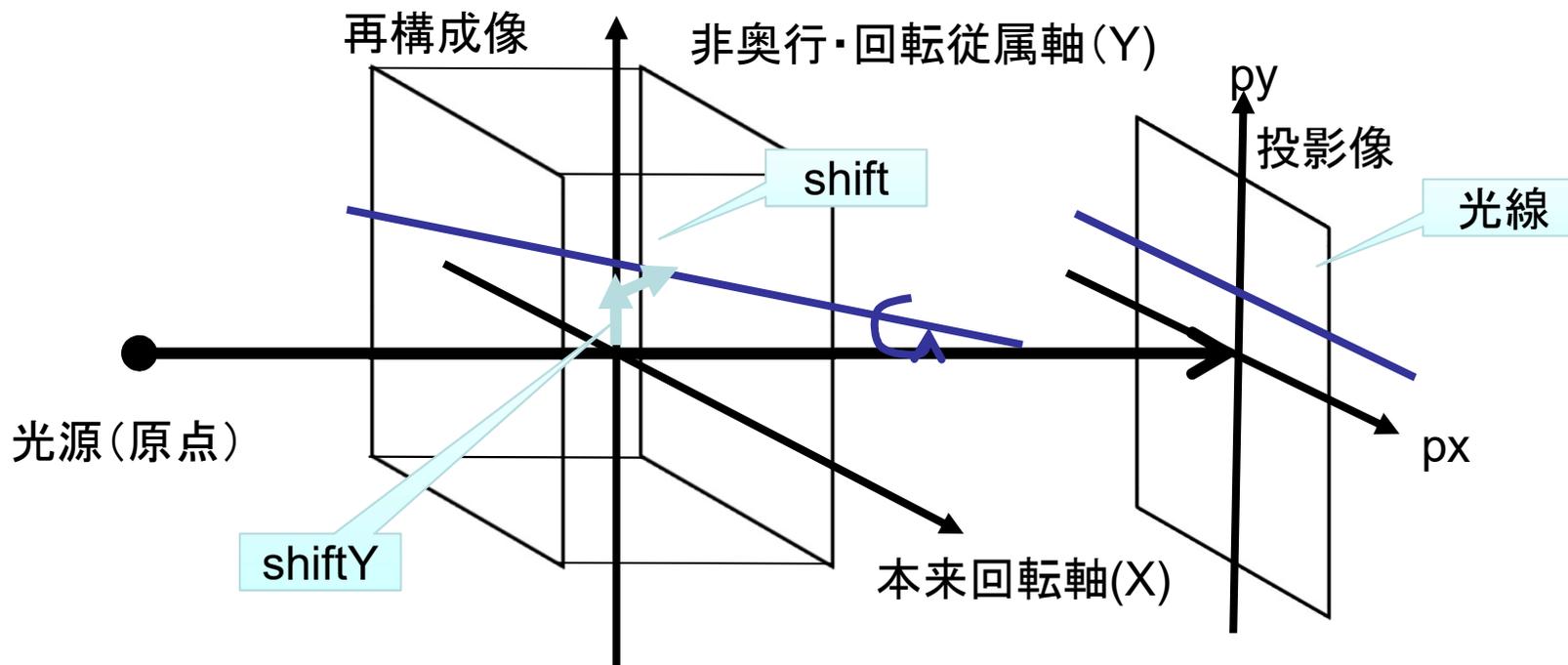
$$\text{並進操作} \begin{pmatrix} b_1 \\ b_2 \\ b_3 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} \quad \begin{aligned} 1x + 0y + 0z + b_1 &= x' \\ 0x + 1y + 0z + b_2 &= y' \\ 0x + 0y + 1z + b_3 &= z' \end{aligned}$$

回転と並進を同時に表現

$$\begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & b_1 \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & b_2 \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} & b_3 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \\ 1 \end{pmatrix} \quad \begin{aligned} a_{11}x + a_{12}y + a_{13}z + b_1 \cdot 1 &= x' \\ a_{21}x + a_{22}y + a_{23}z + b_2 \cdot 1 &= y' \\ a_{31}x + a_{32}y + a_{33}z + b_3 \cdot 1 &= z' \end{aligned}$$

利点：回転と並進を行列の積で統一的に表わせる

座標変換の複雑さの解消



被写体は回転軸周りに θ 回転している。
 回転軸はY方向にShiftYずれ、 $T_Y(-ShiftY)$
 Z方向にshiftだけずれ、 $T_Z(-shift)$
 X軸と角度 ϕ をなす。 $R_Y(-\phi)$

この操作により、
 回転軸はX軸に一致する

回転軸はY方向にShiftYずれ、
Z方向にshiftだけずれ、
X軸と角度 ϕ をなす。

$$T_Y(-shiftY) \\ T_Z(-shift) \\ R_Y(-\phi)$$

回転軸はX軸に一致するので、X軸周りに θ 回転

$$R_X(\theta)$$

回転軸を元の位置に戻す

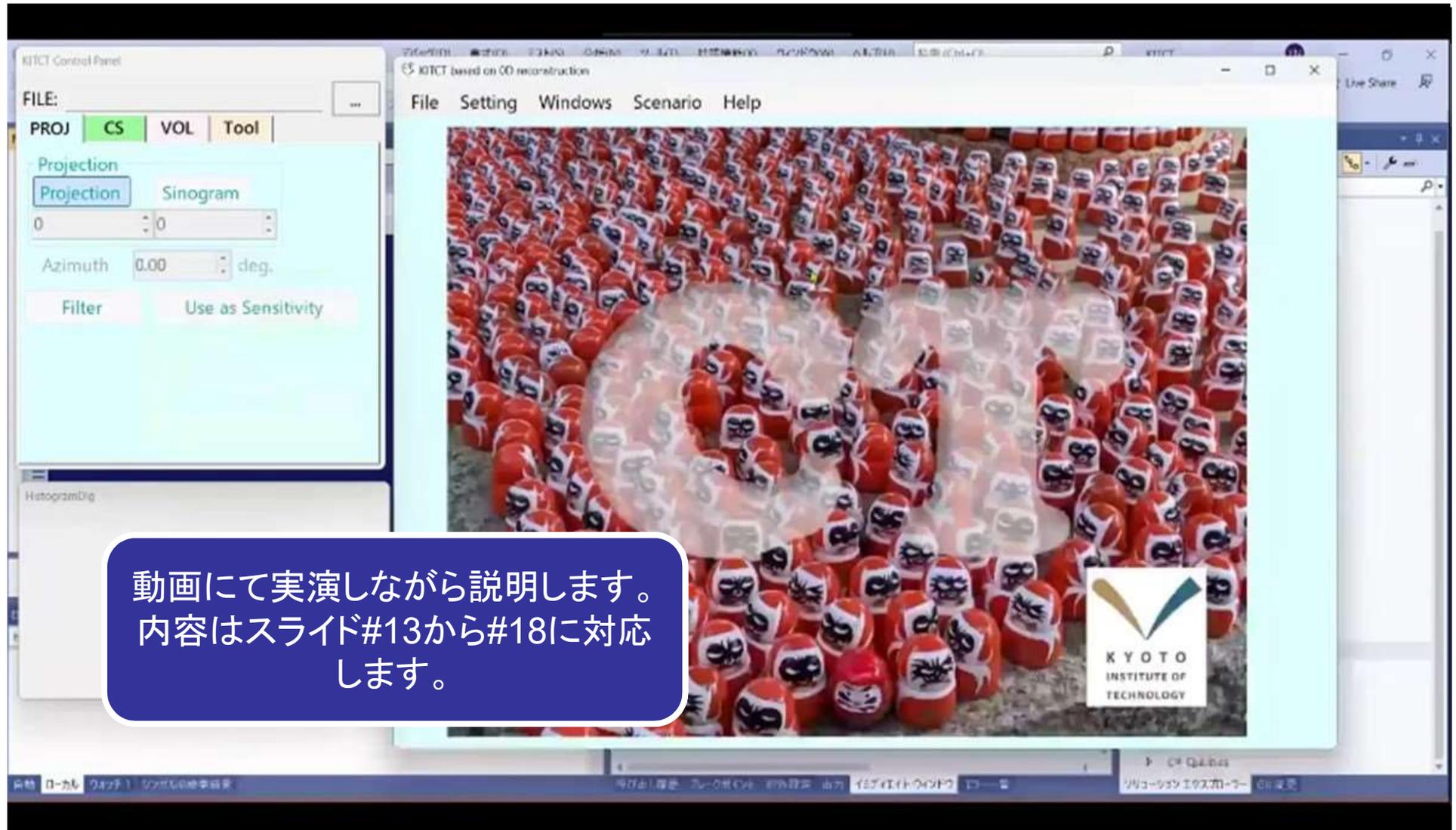
$$R_Y(\phi) \\ T_Z(shift) \\ T_Y(shiftY)$$

全部合わせると

$$\vec{x}' = T_Y(shiftY)T_Z(shift)R_Y(\phi)R_X(\theta)R_Y(-\phi)T_Z(-shift)T_Y(-shiftY)\vec{x}$$

複雑に見えるが、すべて定数なので、予め計算しておける！
現状では35個のパラメータが実装されている。

実施例(実演)



動画にて実演しながら説明します。
内容はスライド#13から#18に対応
します。

通常の再構成断面(動画)

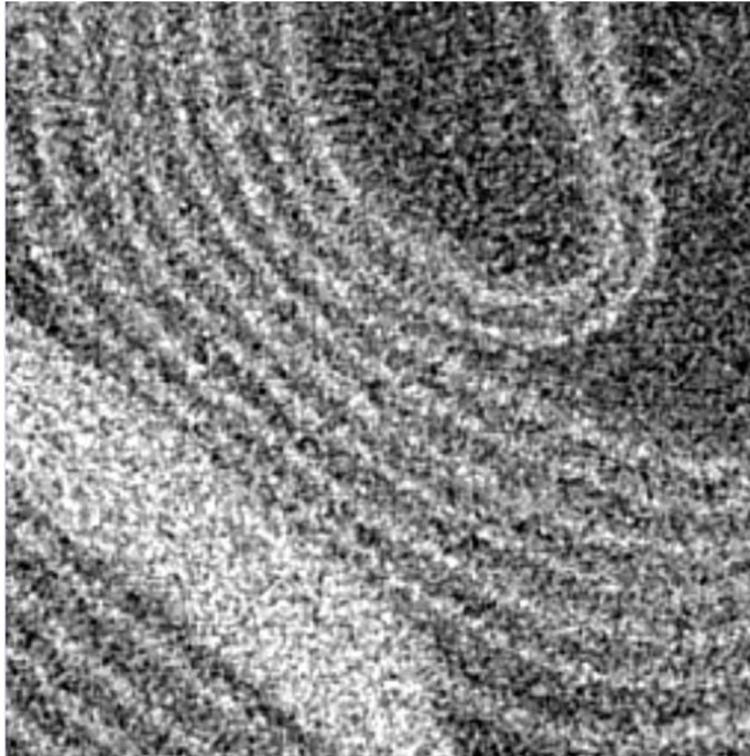


標準的な電解コンデンサの撮像例。

回転軸は表示面に対して垂直。

通常は、ちょっとした調整ののち、3次元データを構築し、詳細な解析に移行する。

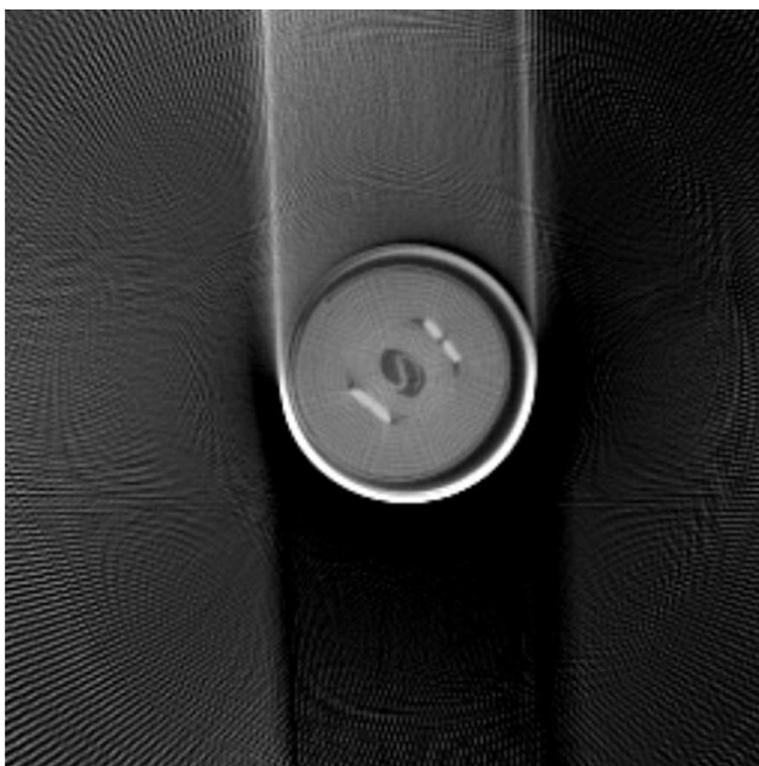
「超拡大」再構成(動画)



撮像データの画素サイズより遥かに細かい画素での再構成

撮像枚数が多い場合に、「超解像」が達成されると考えられている。

「超低倍率」再構成(動画)

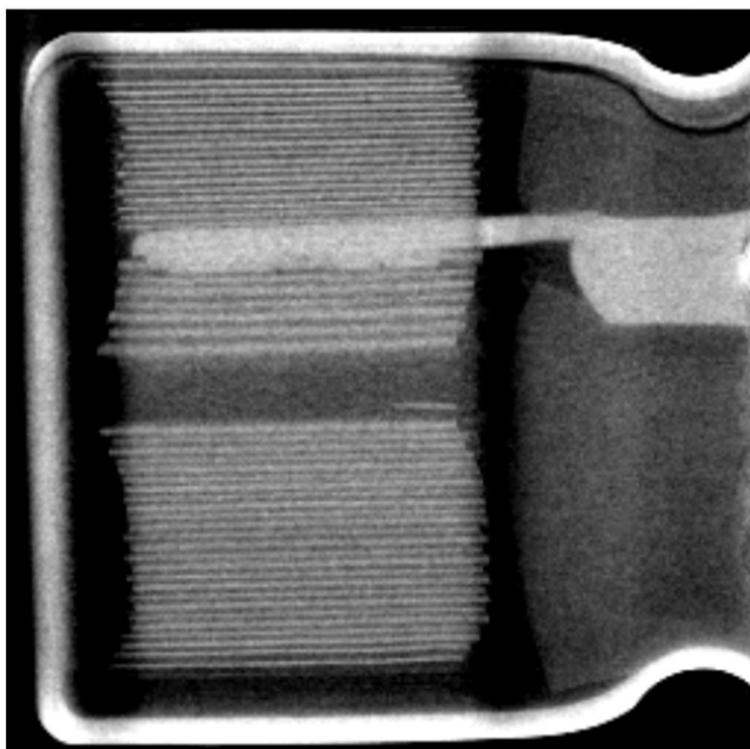


撮像データ領域外の状態がおぼろげに確認できる。

大型の被写体を高精細に撮影したときに、全体像を確認できる。

拡大縮小は自在なので、全体像を見て狙いを定めて、ピンポイントで拡大表示できる。

非再構成断面の再構成(動画)

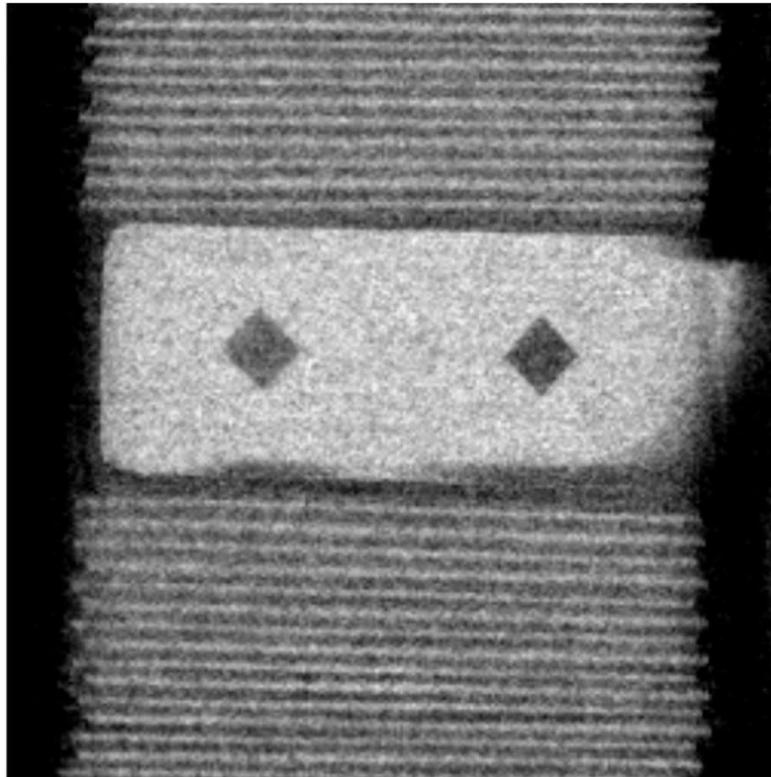


通常の再構成断面とは異なる方位の断面を直接計算できる。

従来は3次元データを作成してからしか得られない断面。当然、倍率調整や再構成位置の調整は3次元データの再構築という作業が必要になる。

0次元再構成では3次元データの再構成が必要ない。

自在な角度の断面(動画)

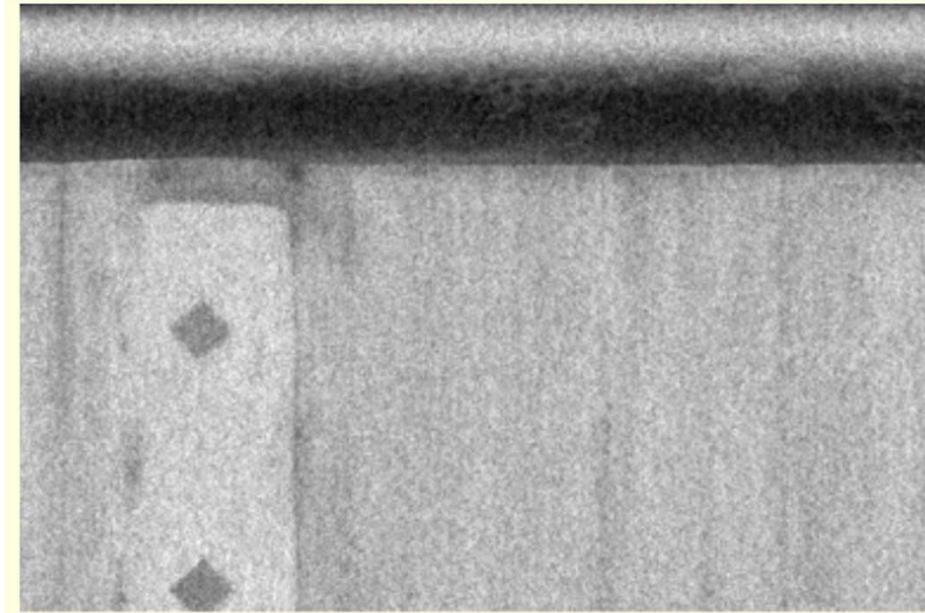
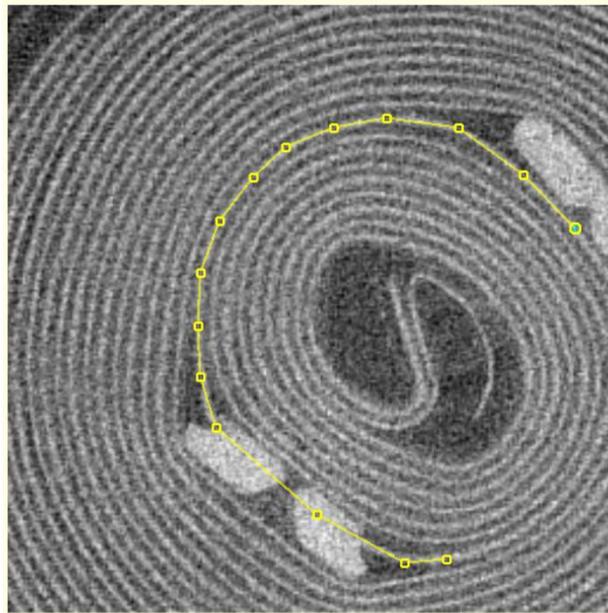


被写体の方位を細かく調整した断面像を得ることができる。

必要とあれば、調整した方位での三次元データ構築が行える。

これにより、三次元データの解析時に被写体方位のずれに伴う様々な困難さが取り除かれる。

電解コンデンサの「巻き解き」(動画)



解きほぐしたい「巻物」のラインを指定して再構成。

- 通常は考慮できないような細かな内部パラメータへの対応
 - 画質の向上に貢献
- 視野探しの迅速化
- 様々な光学系に対応できる
 - 一般的なX線CT装置のほとんどのにすぐに対応可能。
 - 一般的でないX線CT装置にも原理的に対応可能（例：斜めCTなど）

- 既存の装置にバンドルする再構成ソフトウェア(技術移転可能)
- 既存の再構成ソフトウェアに組み込む再構成エンジン(ライブラリレベルでの提供が可能)
- 非破壊検査装置への組み込み
- 「巻き解し」機能の実用化

発明の名称: 光吸収係数算出装置
および光吸収係数算出プログラム

- 出願番号: 特願2023-028211
- 出願人: 国立大学法人京都工芸繊維大学
- 発明者: 西川 幸宏

京都工芸繊維大学

産学公連携推進センター 知的財産戦略室

(研究推進・産学連携課 知的財産係)

tel. 075-724-7039 / fax. 075-724-7030

e-mail chizai@kit.ac.jp

<https://www.liaison.kit.ac.jp/index.php>